



LIBRARIA DELFIN

GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

**SĂ ÎNVĂȚĂM
MATEMATICĂ
FĂRĂ PROFESOR
CLASA A V - A**

**EDITURA HYPERION
CRAIOVA**



1.1.3 Adunarea numerelor naturale. Proprietăți

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Definiția adunării numerelor naturale

Fiind date numerele naturale a și b , există un număr natural c , unic, notat $a + b$ și care se numește suma numerelor a și b . Numerele a și b se numesc termenii sumei.

Exemple: $5 + 8 = 13$, $25 + 34 = 59$, $125 + 175 = 300$.

2. Proprietățile adunării numerelor naturale

a) Adunarea numerelor naturale este **comutativă**:

$$x + y = y + x \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbf{N};$$

Exemple: $5 + 25 = 25 + 5 = 30$; $27 + 45 = 45 + 27 = 72$.

b) Adunarea numerelor naturale este **asociativă**:

$$(x + y) + z = x + (y + z) \text{ oricare ar fi } x, y, z \in \mathbf{N};$$

Exemplu. $(5 + 15) + 25 = 20 + 25 = 45$; $5 + (15 + 25) = 5 + 40 = 45$ și atunci $(5 + 15) + 25 = 5 + (15 + 25)$.

c) Există **element neutru** în raport cu adunarea numerelor naturale și acesta este egal cu 0:

$$x + 0 = 0 + x = x \text{ oricare ar fi } x \in \mathbf{N}.$$

Exemple: $2 + 0 = 0 + 2 = 2$; $25 + 0 = 0 + 25 = 25$.

3. Alte proprietăți:

a) Dacă adunăm la ambii membri ai unei egalități de numere naturale același număr natural egalitatea se păstrează, adică:

oricare ar fi $x, y \in \mathbf{N}$, astfel încât $x = y$ și oricare ar fi $z \in \mathbf{N}$,
atunci: $x + z = y + z$.

b) Dacă adunăm la ambii membri ai unei inegalități de numere naturale același număr natural inegalitatea se păstrează, adică:

oricare ar fi $x, y \in \mathbf{N}$, astfel încât $x < y$ și oricare ar fi $z \in \mathbf{N}$,
atunci: $x + z < y + z$.

4. Sume importante:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.

b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2 \cdot n - 1) = n \cdot n$ oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.

Exemple: a) $1 + 2 + \dots + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$.

b) $1 + 3 + \dots + 25 = 1 + 3 + \dots + (2 \cdot 13 - 1) = 13 \cdot 13 = 169$.



28. Egalitatea $\overline{785a} - \overline{5a23} = 2\,233$ are loc pentru valoarea lui a egală cu:

4 5 6 7 8

29. Egalitatea $\overline{7a\,23a} - \overline{a2\,11a} = 23\,120$ are loc pentru valoarea lui a egală cu:

4 5 6 7 8

30. Egalitatea $\overline{98\,76a} - \overline{aa\,444} = 43\,321$ are loc pentru valoarea lui a egală cu:

4 5 6 7 8

31. Egalitatea $\overline{98\,76a} - \overline{a6\,789} = 41\,976$ are loc pentru valoarea lui a egală cu:

4 5 6 7 8

32. Scrieți diferența numerelor 1 111 și 111 ca suma a două numere egale cu:

100 200 300 400 500

33. Scrieți diferența numerelor 7 329 și 2 329 ca suma a două numere egale cu:

500 1 000 1 500 2 000 2 500

34. Scrieți diferența numerelor 9 999 și 999 ca suma a trei numere egale cu:

1 000 2 000 3 000 4 000 5 000

35. Scrieți diferența numerelor 123 456 și 12 345 ca suma a trei numere egale cu:

33 700 32 560 37 037 34 000 35 000

36. Scrieți diferența numerelor $A = 1\,000 + 2\,000 + 3\,000 + 4\,000$ și $B = 1\,000 + 2\,000 + 3\,000$ ca suma a patru numere egale cu:

1 000 1 200 1 500 2 000 2 500



1.1.8 Puterea cu exponent natural a unui număr natural.

Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri.

Compararea puterilor. Scrierea în baza 10 și în baza 2.

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Definirea puterii cu exponent natural a unui număr natural

Ridicarea la putere este o înmulțire repetată, exponentul arătând de câte ori se repetă baza în produsul ei cu ea însăși.

Dacă $a, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, formula de ridicare la putere este:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ ori}}$$

Numărul a se numește bază, iar numărul n se numește exponent.

Dacă $n = 2$, atunci $a^2 = a \cdot a$ se numește **pătratul** lui a .

Dacă $n = 3$, atunci $a^3 = a \cdot a \cdot a$ se numește **cubul** lui a .

Ridicarea la putere este o operație de ordinul 3.

Exemple: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$; $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

Observație. Dacă $a \neq 0$, atunci $a^0 = 1$.

2. Reguli de calcul cu puteri

- a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
- b) $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0, m \geq n$;
- c) $(a^m)^n = a^{mn}$;
- d) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$;
- e) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$.

Exemple.

- a) $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$;
- b) $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$;
- c) $(3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4 = 81$;
- d) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$;
- e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$.

3. Compararea puterilor.

Pentru a compara două puteri putem avea: aceeași bază; baze diferite, dar același exponent; baze diferite și exponenți diferiți.



1. Numere naturale	5	208
1.1 Operații cu numere naturale	5	208
1.1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale ...	5	208
1.1.2 Reprezentarea numerelor naturale pe axă.		
Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximarea și rotunjirea numerelor naturale.	13	210
1.1.3 Adunarea numerelor naturale. Proprietăți..	21	212
1.1.4 Scăderea numerelor naturale	32	216
1.1.5 Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți.		
Factor comun	39	218
1.1.6 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.	50	221
1.1.7 Împărțirea cu rest a numerelor naturale. ...	58	223
1.1.8 Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Scrierea în baza 10 și în baza 2.	65	225
1.1.9 Ordinea efectuării operațiilor	78	228
1.1.10. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor. Metoda reducerii la unitate. Metoda figurativă. Metoda falsei ipoteze. Metoda comparației. Metoda mersului invers.	81	228
1.1.10.1 Metoda reducerii la unitate	81	228
1.1.10.2 Metoda figurativă	83	229
1.1.10.3 Metoda falsei ipoteze	88	232
1.1.10.4 Metoda comparației	93	233
1.1.10.5 Metoda mersului invers	97	236
1.2 Divizibilitatea numerelor naturale	102	238
1.2.1 Divizor, multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni.	102	238
1.2.2 Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9. Numere prime. Numere compuse.	106	240

2. Frații ordinare. Frații zecimale. . . .	113	244
2.1 Frații ordinare	113	244
2.1.1 Frații ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente.	113	244
2.1.2 Compararea fracțiilor cu același numitor / numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție.	124	248
2.1.3 Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile.	130	249
2.1.4 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	136	250
2.1.5 Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare. Proprietăți.	140	250
2.1.6 Înmulțirea fracțiilor. Puteri. Împărțirea fracțiilor. Proprietăți.	144	251
2.1.7 Frații / procent dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	148	252
2.2 Frații zecimale	153	252
2.2.1 Frații zecimale. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Procente. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale în fracție ordinară.	153	252
2.2.2 Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.	156	253
2.2.3 Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	159	253
2.2.4 Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule	162	253
2.2.5 Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate. Transformarea unei fracții zecimale periodice în		

fracție ordinară.	165	254
2.2.6 Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule. Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale sau fracționare.	170	255
2.2.7 Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive.	175	256
2.2.8 Metode aritmetice umăr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive.	178	257
2.2.9 Probleme de organizarea datelor. Frecvență, date statistice organizate în tabele. Grafice cu bare și / sau cu linii. Media unui set de date statistice.	183	257
3 Elemente de geometrie și unități de măsură	185	258
3.1 Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, seg- ment de dreaptă. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte.	185	258
3.2 Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment. Segmente congruente. Mijlocul unui seg- ment. Simetricul unui punct față de un punct.	189	258
3.3 Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale.	192	259
3.4 Figuri congruente (prin suprapunere). Axă de simetrie (prin suprapunere)	196	260
3.5 Unități de măsură pentru lungime, aplicație: perimetre. Unități de măsură pentru arie, aplicații: aria pătratului/dreptunghiului. Unități de măsură pentru volum, aplicații: volumul cubului și al parale- lipipedului dreptunghic. Transformări ale unităților de măsură.	199	260