



LIBRARIA **DELFIN**

GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

**MEMORATOR ȘI ÎNDRUMAR
DE MATEMATICĂ
G E O M E T R I E
PENTRU GIMNAZIU**

Ediție nouă revizuită și adăugită

**EDITURA HYPERION
CRAIOVA**



LIBRARIA DELFIN

GEOMETRIE PLANĂ

1. Punctul, dreapta, segmentul de dreaptă, semidreapta

1.1 Punctul

1. **Punctul** reprezintă o noțiune fundamentală a geometriei, se notează cu litere mari de tipar: A, B, C, \dots și se reprezintă: $\bullet A$ sau $\bullet B$ sau $\bullet C, \dots$.

Fiind date punctele A și B , avem una din situațiile:

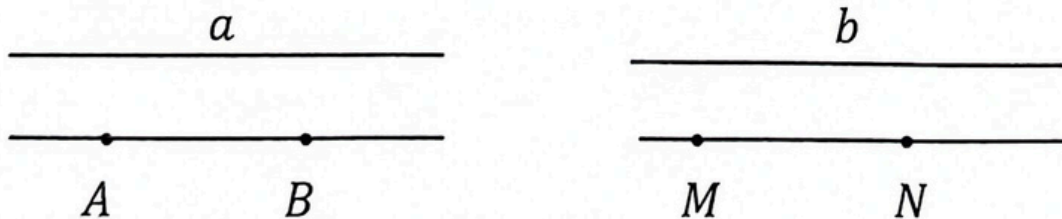
- $A = B$ - punctele sunt identice;
- $A \neq B$ - punctele sunt diferite (distincte);

O mulțime de puncte determină o **figură geometrică**.

1.2 Dreapta

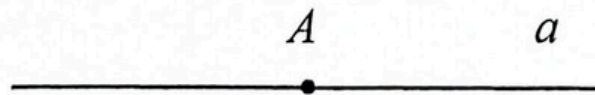
1. O **dreaptă** se poate desena cu ajutorul unei rigle și este nemărginită. Ea se poate nota cu litere mici a, b, c, \dots sau prin citirea a două puncte de pe ea AB, BC, \dots .

Exemple:

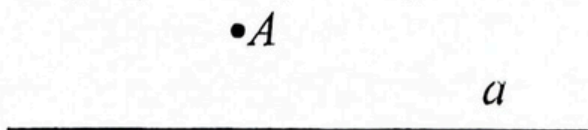


– Fiind dată dreapta a și punctul A , atunci avem una din situațiile:

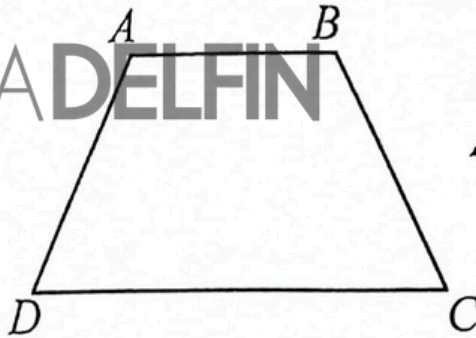
- punctul A aparține dreptei a și scriem $a \in A$;



- punctul A nu aparține dreptei a și scriem $a \notin A$.



Trei puncte care se găsesc pe aceeași dreaptă se numesc



$$AB \parallel CD, [AD] \equiv [BC].$$

b) **Trapez oarecare** = trapezul care nu este nici dreptunghic, nici isoscel.

3. Trapezul isoscel, proprietăți

a) Într-un trapez isoscel, unghiurile alăturate bazelor sunt congruente ($\widehat{ADC} \equiv \widehat{DCB}$ și $\widehat{BAD} \equiv \widehat{CBA}$).

b) Dacă într-un trapez unghiurile alăturate unei baze sunt congruente, atunci trapezul este isoscel.

c) Într-un trapez isoscel, diagonalele sunt congruente.

d) Dacă într-un trapez diagonalele sunt congruente, atunci trapezul este isoscel.

e) Diagonalele unui trapez isoscel, formează cu fiecare dintre baze unghiuri respectiv congruente.

4. Aplicații.

a) Fie un trapez $ABCD (AB \parallel CD)$. Să se demonstreze că diagonala $[AC]$ este bisectoarea unghiului \hat{A} dacă și numai dacă $[AD] \equiv [BC]$.

Soluție. $[AC]$ este bisectoare $\Leftrightarrow \widehat{DAC} \equiv \widehat{CAB}$. Însă $\widehat{CAB} \equiv \widehat{ACD}$ și atunci rezultă: $\widehat{DAC} \equiv \widehat{ACD} \Leftrightarrow [AD] \equiv [DC]$.

b) Fie trapezul isoscel $ABCD (AB \parallel CD)$ în care $[AD] \equiv [BC] \equiv [CB]$ și $m(\hat{B}) = 60^\circ$. Să se demonstreze că $AB = 2CD$.

Soluție. Fie $CE \perp AB$ și $DF \perp AB$. $m(\widehat{BCE}) = 30^\circ \Rightarrow EB = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} DC$. Analog $AF = \frac{1}{2} DC$. Atunci avem: $AB = AF + FE + EB = \frac{1}{2} CD + CD + \frac{1}{2} DC = 2CD$.



Geometrie plană	3
1. Punctul, dreapta, segmentul de dreaptă, semidreapta	3
1.1 Punctul	3
1.2 Dreapta	3
1.3 Segmentul de dreaptă	5
1.4 Semidreapta	8
2. Unghiul	9
2.1 Elementele și măsura unui unghi	9
2.2 Clasificarea unghiurilor	10
2.3 Congruența unghiurilor	10
2.4 Unghiuri adiacente; bisectoarea unui unghi . . .	10
2.5 Unghiuri opuse la vârf; congruența lor; unghiuri formate în jurul unui punct; suma măsurilor lor	12
3. Congruența triunghiurilor	14
3.1 Triunghi: definiție, elemente; clasificarea triunghiurilor; perimetrul triunghiului	14
3.2 Construcția triunghiurilor	16
3.3 Congruența triunghiului oarecare	17
4. Perpendicularitate	19
4.1 Drepte perpendiculare; oblice; distanța de la un punct la o dreaptă	19
4.2 Înălțimea în triunghi; concurența înălțimilor	19
4.3 Criterii de congruență ale triunghiurilor dreptunghice: IC, IU, CC, CU	21
4.4 Mediatoarea unui segment; construcția mediatoarei unui segment; concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi; simetria față de o dreaptă	22
5. Paralelism	23
5.1 Drepte paralele; construirea dreptelor paralele; axioma paralelelor	23



5.2	Criterii de paralelism (unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă)	24
6.	Proprietăți ale triunghiurilor	27
6.1	Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi; teorema unghiului exterior	27
6.2	Mediana în triunghi; concurența medianelor unui triunghi	28
6.3	Proprietăți ale triunghiului isoscel	29
6.4	Proprietăți ale triunghiului echilateral	31
6.5	Proprietăți ale triunghiului dreptunghic	32
7	Patrulater	33
7.1	Patrulaterul convex, suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	33
7.2	Paralelogram; proprietăți	34
7.3	Paralelograme particulare; dreptunghi, romb și pătrat; proprietăți	36
7.4	Trapez, clasificare; trapez isoscel, proprietăți	40
7.5	Arii; calculul ariilor unor suprafețe	42
7.6	Aplicații	45
8	Asemănarea triunghiurilor	46
8.1	Raportul a două segmente, segmente proporționale	46
8.2	Teorema paralelelor echidistante. Teorema lui Thales	46
8.3	Linia mijlocie în triunghi. Proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi	47
8.4	Linia mijlocie în trapez; proprietăți	48
8.5	Triunghiuri asemenea; teorema fundamentală a asemănării	48
8.6	Aplicații	49
9	Relații metrice în triunghiul dreptunghic	51
9.1	Proiecții ortogonale pe o dreaptă	51



9.2	Teoreme importante, teorema înălțimii, teorema catetei, teorema lui Pitagora	51
9.3	Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic; sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi	52
9.4	Rezolvarea triunghiului dreptunghic	53
9.5	Aplicații	54
10	Cercul	55
10.1	Cercul; definiție, elemente	55
10.2	Unghi la centru; măsura arcelor; arce congruente	56
10.3	Coarde și arce în cerc	56
10.4	Unghi înscris în cerc; triunghi înscris în cerc .	57
10.5	Patrulater înscris în cerc; patrulater inscriptibil	57
10.6	Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc; tangenta dintr-un punct exterior la un cerc; triunghi circumscris unui cerc; patrulater circumscris unui cerc	58
10.7	Poligoane regulate; calculul elementelor în triunghiul echilateral, pătrat, hexagon regulat	59
10.8	Aplicații	60
	Geometrie în spațiu	61
1.	Relații între puncte, drepte și plane	61
1.1	Puncte, drepte, plane; determinarea dreptei, determinarea planului	61
1.2	Unghiul a două drepte în spațiu, drepte perpendiculare	61
1.3	Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan; dreaptă perpendiculară pe un plan; distanța de la un punct la un plan	62
1.4	Pozițiile relative a două plane; plane paralele; distanța dintre două plane paralele	63
1.5	Aplicații	63

2.	Proiecții ortogonale pe un plan	66
2.1	Proiecții de puncte, segmente și de drepte pe un plan; unghiul unei drepte cu un plan; lungimea proiecției unui segment pe un plan	66
2.2	Teorema celor trei perpendiculare	68
2.3	Unghi diedru; unghiul dintre două plane; plane perpendiculare	69
3.	Corpuri geometrice	70
3.1	Prisma regulată.	70
3.2	Piramida regulată	73
3.3	Trunchiul de piramidă regulată	76
3.4	Corpuri rotunde	78
3.4.1	Cilindrul circular drept	78
3.4.2	Conul circular drept	80
3.4.3	Trunchiul de con circular drept	81
3.4.4	Sfera	82
4.	Probleme alese de geometrie	84

Tiparul executat la
EDITURA HYPERION
CRAIOVA
Str. Împăratul Traian Nr. 30