GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

MEMORATOR ȘI ÎNDRUMAR DE MATEMATICĂ ARITMETICĂ ȘI ALGEBRĂ PENTRU GIMNAZIU

ediție nouă revizuită și adăugită

EDITURA HYPERION
CRAIOVA

1. Mulțimi

1.1 Noțiunea de mulțime. Element. Relația de apartenență

1. Mulțimea este o noțiune primară, ea nu se definește.

Intuitiv, mulțimea reprezintă o colecție (grupare) de obiecte având o natură bine determinată, obiectele numindu-se **elemente.**

Mulțimile se notează cu litere mari, iar elementele unei mulțimi cu litere mici.

2. Fiind dată mulțimea A și a este un element al mulțimii A, atunci scriem $a \in A$ și citim a **aparține** lui A.

Fiind dată mulțimea A și a nu este un element al mulțimii A, atunci scriem $a \notin A$ și citim a **nu aparține** lui A.

3. Mulțimea care nu are nici un element se numește **mulțimea vidă** și se notează $\emptyset$.

Exemplu: $\{x \in \mathbf{N} |\ 3 < x < 3\} = \emptyset$.

4. O mulțime A poate fi dată astfel:

a) prin enumerarea elementelor mulțimii între acolade, fiecare element al mulțimii scriindu-se o singură dată;

Exemple: $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}, C = \{1, 2, x, 5, y\}$.

b) cu ajutorul unei proprietăți ce caracterizează elementele mulțimii;

Exemple: 1. A este mulțimea cifrelor pare. Mulțimea A se poate scrie $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$;

2. B este mulțimea literelor cuvântului **matematică.** Mulțimea B se poate scrie $B = \{m, a, t, e, i, c, ă\}$;

3. C este mulțimea numerelor naturale mai mici decât 30 și care se împart exact la 5. Ea se poate scrie $C = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$.

4. $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;

5. $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 3 \leq x < 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$;

6. $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x | 8\} = \{1, 2, 4, 8\}$;

7. $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \vdots 4 \text{ și } x < 30\} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$;

8. $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 3 \leq x < 30 \text{ și } x \vdots 6\} = \{6, 12, 18, 24\}$.

3. Mulțimea numerelor întregi

3.1 Număr întreg, opusul unui număr întreg, reprezentarea pe axă a numerelor întregi, valoarea absolută(modulul)

1. Mulțimea numerelor întregi este formată din numerele întregi pozitive (numere naturale), numerele întregi negative (adică numerele $-1, -2, -3, \cdots$) și numărul 0 și se notează cu **Z**.

Deci $\mathbf{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$.

Exemple. a) Numerele întregi mai mari decât -3 și mai mici decât 2 sunt: $-2, -1, 0, 1$.

b) Mulțimea: $\{x \in \mathbf{Z} | -4 \leq x < 4\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

2. Orice număr natural este număr întreg pozitiv și atunci rezultă că mulțimea numerelor naturale este inclusă în mulțimea numerelor întregi, adică $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$.

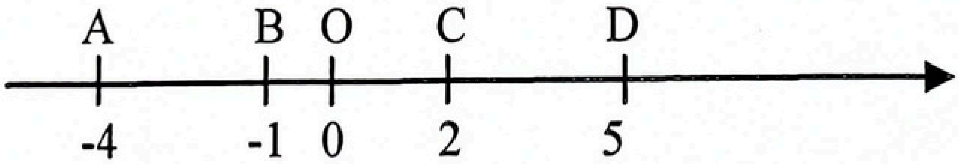
3. Numerele întregi se reprezintă pe axa numerelor astfel:

a) numărul 0 corespunde originii O a axelor de coordonate;

b) numerele întregi pozitive corespund punctelor ce se găsesc în dreapta originii, astfel încât distanța dintre două puncte consecutive să fie egală cu unitatea de măsură;

c) numerele întregi negative corespund punctelor ce se găsesc în stânga originii, astfel încât distanța dintre două puncte consecutive să fie egală cu unitatea de măsură.

Exemplu. Numerele întregi -4, -1, 0, 2, 5 se reprezintă astfel:



4. Fiind dat numărul a, întreg și diferit de 0, numim opusul lui a numărul $-a$, obținut prin schimbarea semnului lai a.

Exemple. Opusul lui 3 este -3, opusul lui -5 este 5, iar opusul lui 0 este 0.

5. Valoarea absolută sau modulul unui număr întreg x, se notează $|x|$ și se definește:

CUPRINS

1 Mulţimi 3
1.1 Noţiunea de mulţime. Element. Relaţia de apartenenţă 3
1.2 Relaţia între două mulţimi. Submulţimi 4
1.3 Operaţii cu submulţimi 5
1.4 Aplicaţii 6
2. Mulţimea numerelor naturale 8
2.1 Scrierea şi citirea numerelor naturale în sistemul de numeraţie zecimal 8
2.2 Reprezentarea numerelor naturale pe axă. Compararea şi ordonarea numerelor naturale. Aproximarea şi rotunjirea numerelor naturale 10
2.3 Adunarea numerelor naturale 12
2.4 Scăderea numerelor naturale 13
2.5 Înmulţirea numerelor naturale. Factor comun. Ordinea efectuării operaţiilor. Utilizarea parantezelor 14
2.6 Împărțirea cu rest a numerelor naturale 16
2.7 Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural. Compararea puterilor care au aceeaşi bază sau acelaşi exponent. Ordinea efectuării operaţiilor 17
2.8 Divizor. Multiplu 21
2.9 Criterii de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3 şi 9 . . . 22
2.10 Numere prime. Numere compuse 24
2.11 Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime 25
2.12 Divizori comuni a două sau mai multe numere naturale. C.m.m.d.c. Numere prime între ele 26

2.13 Multipli comuni a două sau mai multe numere naturale. C.m.m.m.c. Relația dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. 27
2.14 Aplicații 28
3 Mulțimea numerelor întregi 31
3.1 Număr întreg, opusul unui număr întreg, reprezentarea pe axă a numerelor întregi, valoarea absolută (modulul) 31
3.2 Compararea și ordonarea numerelor întregi . . 32
3.3 Adunarea numerelor întregi 33
3.4 Scăderea numerelor întregi 34
3.5 Înmulțirea numerelor întregi 34
3.6 Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului 35
3.7 Ridicarea la putere a numerelor întregi 36
3.8 Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor 37
3.9 Divizorii unui număr întreg 37
3.10 Aplicații 39
4 Mulțimea numerelor raționale 40
4.1 Numere raționale pozitive 40
4.2 Mulțimea numerelor raționale **Q**; reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor; opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul) unui număr rațional 48
4.3 Compararea și ordonarea numerelor raționale 49
4.4 Adunarea și scăderea numerelor raționale . . . 50
4.5 Înmulțirea numerelor raționale 52
4.6 Împărțirea numerelor raționale 52
4.7 Puterea unui număr rațional cu exponent întreg. Reguli de calcul cu puteri 52
4.8 Aplicații 54
5 Numere reale 54

	5.1 Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	54
	5.2 Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv pătrat perfect	54
	5.3 Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv care nu este pătrat perfect	55
	5.4 Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	56
	5.5 Operații cu numere reale de forma $a\sqrt{b}, b \in \mathbf{Q}$, $a > 0$	56
	5.6 Raționalizarea numitorului unei fracții, având numitorul irațional	57
6	Rapoarte și proporții	58
	6.1 Rapoarte și procente	58
	6.2 Proporții	59
	6.3 Mărimi direct proporționale. Regula de trei simplă	59
	6.4 Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă	60
	6.5 Media aritmetică	61
	6.6 Media aritmetică ponderată	61
	6.7 Probabilitatea realizării unor evenimente	62
	6.8 Aplicații	62
7	Calcul algebric	64
	7.1 Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	64
	7.2 Înmulțirea și ridicarea la putere a numerelor reale reprezentate prin litere	64
	7.3 Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	65
	7.4 Reguli de calcul cu numere reale reprezentate prin litere	65
	7.5 Formule de calcul prescurtat	66
	7.6 Descompunerea în factori	66

	7.7 Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații cu acestea	68
	7.8 Inegalități	70
8	Funcții	72
9	Ecuații și inecuații	75
	9.1 Ecuații de forma $ax + b = 0$, $x \in \mathbf{R}$, $a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$	75
	9.2 Ecuații de forma $ax + by + c = 0, a, b, c \in \mathbf{R}$.	76
	9.3 Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$	77
	9.4 Inecuații de forma $ax + b > 0 (\geq 0, < 0, \geq 0)$ $a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$	79
	9.5 Aplicații	79
10	Sisteme de ecuații și inecuații de gradul I	80
	10.1 Sisteme de ecuații de gradul I cu două necunoscute	80
	10.2 Sisteme de inecuații de gradul I cu o necunoscută	81
	10.3 Aplicații	82
11	Probleme alese de algebră	85

Tiparul executat la
EDITURA HYPERION
CRAIOVA
Str. Împăratul Traian Nr. 30