



LIBRARIADALEFIN
GHEORGHE-ADALBERT SCHNEIDER

SĂ ÎNVĂȚĂM MATEMATICA FĂRĂ PROFESOR

Clasa a – VII – a

EDITURA HYPERION
CRAIOVA



1. Mulțimea numerelor reale

1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional

1.1.1 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Numim **rădăcină pătrată** a unui număr natural pătrat perfect a , numărul natural x care verifică relația $x^2 = a$.

Numărul natural x se numește radicalul numărului natural a și se notează \sqrt{a} .

Exemple. $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$; $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

b) Probleme rezolvate

1. Arătați că numărele 225 și 10^6 sunt pătrate perfecte.

Soluție. Se descompune în factori primi numărul 225:
 $225 = 3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$ și $10^6 = (10^3)^2 = 1\,000^2$.

2. Calculați: $\sqrt{25}, \sqrt{400}, \sqrt{7^4}$.

Soluție. $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$; $\sqrt{400} = \sqrt{2^4 \cdot 5^2} =$
 $= \sqrt{(2^2 \cdot 5)^2} = \sqrt{20^2} = 20$; $\sqrt{7^4} = \sqrt{(7^2)^2} = \sqrt{49^2} = 49$.

3. Calculați: $\sqrt{25} + \sqrt{81} + \sqrt{4}$.

Soluție. $\sqrt{25} + \sqrt{81} + \sqrt{4} = \sqrt{5^2} + \sqrt{9^2} + \sqrt{2^2} =$
 $= 5 + 9 + 2 = 16$.

c) Probleme propuse spre rezolvare

1. Numărul 900 este pătratul numărului:

20 25 30 35 40

2. Numărul 1 225 este pătratul numărului:

20 25 30 35 40

3. Dintre numerele: 12, 25, 32, 41, 81, 55, 75, 36, 66, 99
pătrate perfecte sunt:

două trei patru cinci șase

4. Rădăcina pătrată a numărul 196 este:



LIBRARIA DELFIN

GEOMETRIE

4. Patrulater

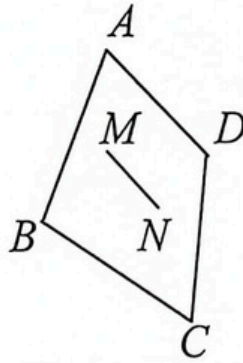
4.1 Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Definiție

a) Se numește **patrulater** figura geometrică $ABCD$ formată din reuniunea a patru segmente $[AB] \cup [BC] \cup [CD] \cup [DA]$.

b) Se numește **patrulater convex**, patrulaterul $ABCD$ care are proprietatea că oricare ar fi două puncte M, N în interiorul patrulaterului, rezultă că segmentul (MN) este tot în interiorul patrulaterului.



2. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360° .

b) Probleme rezolvate

1. Fie $ABCD$ un patrulater convex astfel încât să avem:

$$3m(\hat{A}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) \text{ și}$$

$$3m(\hat{C}) = m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(D).$$

Demonstrați că:

a) $\hat{A} \equiv \hat{C}$

b) $m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$.

Soluție. a) $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$ și
 $3m(\hat{A}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) \Rightarrow m(\hat{A}) + 3m(\hat{A}) = 360^\circ \Rightarrow m(\hat{A}) = 90^\circ$. Analog $m(\hat{C}) = 90^\circ$.

b) $m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 360^\circ - m(\hat{A}) - m(\hat{C}) = 180^\circ$.



7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

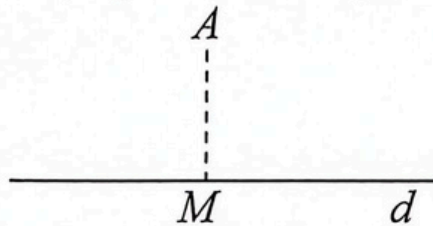
7.1 Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii.

Teorema catetei.

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. **Definiție.** Numim **proiecție ortogonală** a unui punct pe o dreaptă piciorul perpendicularei dusă din acel punct pe dreaptă.

Exemplu. Proiecția punctului A pe dreapta d este punctul M .



2. **Definiție.** Numim **proiecție ortogonală** a unei figuri geometrice pe o dreaptă mulțimea proiecțiilor tuturor punctelor acelei figuri pe dreaptă.

3. **Proiecția ortogonală** a unui **segment** pe o dreaptă este un punct (fig. 1), dacă segmentul este perpendicular pe dreaptă și un segment (fig. 2), dacă segmentul nu este perpendicular pe dreaptă.

Exemple.

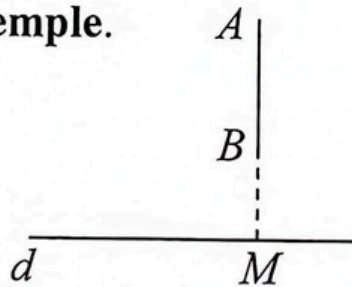


fig. 1

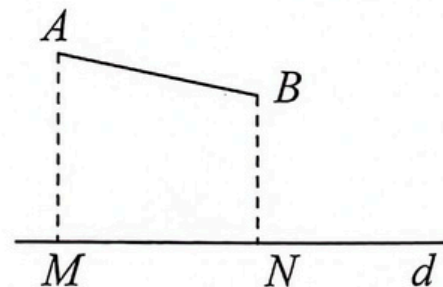


fig. 2

4. **Teorema înălțimii.** Într-un triunghi dreptunghic pătratul lungimii înălțimii dusă din vârful unghiului drept este egală cu produsul lungimii proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

Exemplu.

ABC fiind triunghi dreptunghic în A și AA' înălțime, atunci are loc relația:

$$AA'^2 = A'B \cdot A'C.$$

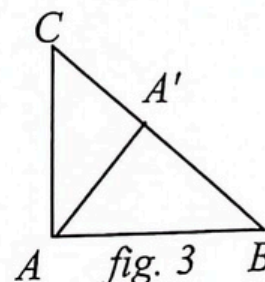


fig. 3



	Enunțuri	Rezolvări
1. Mulțimea numerelor reale	5	178
1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional	5	178
1.1.1 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural	5	178
1.1.2 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional	7	178
1.1.3 Algoritm de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări	9	179
1.1.4 Algoritm de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional; aproximări	12	180
1.2 Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical	15	180
1.3 Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale; incluziuni $N \subset Z \subset Q \subset R$.	18	181
1.4 Modulul unui număr real. Compararea și ordonarea numerelor reale. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări.	21	182
1.5 Operații cu numere reale (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, puteri cu exponent întreg).		
Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$.	24	183
1.5.1 Adunarea numerelor reale	24	183
1.5.2 Scăderea numerelor reale	26	184
1.5.3 Înmulțirea numerelor reale	28	185
1.5.4 Împărțirea numerelor reale	30	185
1.5.5 Puteri cu exponent număr întreg	32	186
1.5.6 Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	34	187
1.6 Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$, media geometrică a două numere reale pozitive	36	188
1.7 Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbf{R}$	38	188
1.8 Teste grilă de autoevaluare	39	189
Testul 1	39	189
Testul 2	40	190



Testul 3	41	190
2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	42	191
2.1 Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	42	191
2.2 Ecuații de forma $ax + b = 0$, $a \in \mathbf{R}^*$, $b \in \mathbf{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente	44	192
2.3 Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și / sau prin metoda reducerii	49	194
2.4 Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații	55	196
2.5 Teste grilă de autoevaluare	61	198
Testul 1	61	198
Testul 2	62	198
Testul 3	63	199
3. Elemente de organizarea datelor	64	200
3.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendiculare (ortogonale) a unor perechi de numere reale. Distanța dintre două puncte din plan	64	200
3.2 Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	67	201
3.3 Probabilitatea realizării unor evenimente	70	202
3.4 Teste grilă de autoevaluare	72	203
Testul 1	72	203
4. Patrulatere	73	203
4.1 Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	73	203
4.2 Paralelogram: proprietăți. Linie mijlocie în triunghi. Proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi	77	204
4.3 Paralelograme particulare: dreptunghi, romb și pătrat. Proprietăți	84	206
4.3.1 Dreptunghi	84	206
4.3.2 Rombul	88	207
4.3.3 Pătratul	91	208
4.4 Trapez, clasificare, proprietăți. Linie mijlocie în trapez. Trapezul isoscel, proprietăți.		



4.5 Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez	94	210
4.6 Teste grilă de autoevaluare	100	213
Testul 1	110	216
Testul 2	110	216
Testul 3	111	216
Testul 4	112	218
Testul 5	113	218
Cercul	114	219
5. 5.1 Cercul: definiție, elemente. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce în cerc. Proprietăți	115	220
5.2 Unghi înscris în cerc. Triunghi înscris în cerc. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Tangenta dintr-un punct exterior la un cerc. Triunghi circumscris. Patrulater circumscris.	115	220
5.3 Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri). Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat . .	121	222
5.4 Lungimea cercului și aria discului . . .	127	225
5.5 Teste grilă de autoevaluare	132	227
Testul 1	135	228
Testul 2	135	228
Asemănarea triunghiurilor	136	229
6. 6.1 Raportul a două segmente. Segmente proporționale. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date . . .		230
6. 2 Teorema paralelelor echidistante. Teorema lui Thales	137	230
6.3 Reciproca teoremei lui Thales	140	232
6.4 Triunghiuri asemenea. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema fundamentală a asemănării. Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea	144	233
6.5 Teste grilă de autoevaluare	146	234
Testul 1	151	236
Testul 2	151	236
Testul 3	152	238
Relații metrice în triunghiul dreptunghic	153	239



7. 7.1	Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii. Teorema catetei	154	241
7.2	Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	154	241
7.3	Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit. Rezolvarea triunghiului dreptunghic	160	244
7.4	Teste grilă de autoevaluare	165	248
	Testul 1	169	250
	Testul 2	169	250
	Teste grilă de autoevaluare finale	170	251
8.	Testul 1	171	252
	Testul 2	171	252
	Testul 3	172	253
	Testul 4	173	254
	Testul 5	174	256
	Testul 6	175	257
	Testul 7	176	257
		177	258

Tiparul executat la
EDITURA HYPERION SRL
CRAIOVA